وإن وجدت عيباً فسُد الخللا   جلّ من لا عيب فيه وعلا

خواص المحددات

حلول مسائل الكتاب المدرسي تمارين (٣-٢)

أ/محمود عسكر

قبل أن نبدأ في حل المارين سوف نكتب خواص المحددات التي سنقوم باستخدامها في حل المسائل

خاصية١:

في أي محدد اذا بدلت الصفوف بالأعمدة والأعمدة بالصفوف بنفس ترتيبها فإن قيمة المحدد لا تتغير

خاصية ٢:

قيمة المحدد لا تتغير بفكه عن طريق عناصر أحد صفوفه أو أحد اعمدته

خاصية ٣:

في أي محدد اذا بدلنا موضعي اي صفين (عمودين) فإن قيمة المحدد الناتج تساوي قيمة المحدد الأصلي مضروباً في-) ١(

خاصية ٤:

اذا تساوت العناصر المناظرة في أي صفين (عمودين) في محدد فإن قيمة المحدد تساوي صفر.

خاصية ٥:

اذا وجد عامل مشترك في جميع عناصر اي صف (عمود) فإن هذا العامل يمكن أخذه خارج المحدد.

خاصية ٦:

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

أ/محمود عسكر

اذا كانت جميع عناصر صف (عمود) في محدد تساوي صفر فإن قيمة المحدد تساوي صفر.

خاصية ٧:

في اي محدد اذا كتبت جميع عناصر صف (عمود) كمجموع عنصرين فإن المحدد يمكن كتابته كمجموع محددين.

خاصية ٨:

اذا اضفنا علي عناصر أي صف(عمود) في محدد مضاعفات اي صف (عمود)آخر فإن قيمة المحدد لا تتغير.

خاصية ٩:

في أي محدد اذا ضربنا عناصر صف (عمود) في العوامل المرافقة للعناصر المناظرة في صف (عمود) آخر وجمعنا الناتج فإن قيمة المحدد تساوي صفر.

خاصية ١٠:

قيمة المحدد علي الصورة المثلثية تساويحاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي.

ملحوظة : قيمة المحدد علي الصورة المثلثية تساوي حاصل ضرب عناصر القطر الثانوي مضروبة في (-١)

تمارين الكتاب المدرسي ص ١٢٢

١) **بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد** $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

أ) $\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$

الحل بتبديل الأعمدة بالصفوف (خاصية ١)

$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

يساوي المحدد المعطي

---

١) **بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد** $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

ب) $\begin{vmatrix} 6 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

الحل

بأخذ -١ عامل مشترك من الصف الأول (خاصية ٥)

$= - \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

بتبديل الصف الأول مع الصف الثاني

ملحوظة عند تبديل صفين او عمودين نضرب المحدد الناتج في -١

خاصية ٣

$= - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

وهو المحدد المعطي

---

١) **بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد** $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

ج) $\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

الحل

بإجراء العملية (- ص٢) + ص١

$= \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$

= المحدد المعطى

---

١) بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

د) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 5 & -6 & -4 \end{vmatrix}$

الحل

من الواضح ان الصف الأول به عنصرين اصفار فاذا تم فك المحدد من خلاله نتج المحدد المطلوب مباشرة

حل آخر

بأخذ ٢ عامل مشترك من العمود الثاني

$= ٢ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -4 \end{vmatrix}$

بإجراء العملية (ع٢) + (ع١)

$= ٢ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -4 \end{vmatrix}$ = ٢ (١ x ١ x٢) = ٢ x٢ =٤

وهي نفس قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$ = (٢x٥) –(-٦ x -١) = ١٠-٦ =٤

---

١) بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -6 \end{vmatrix}$

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

هـ) $\begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 5 & -6 & 0 \end{vmatrix}$

من الواضح ان العمود الأول به عنصرين اصفار فاذا تم فك المحدد من خلاله نتج المحدد المطلوب مباشرة

أ/محمود عسكر

حل آخر

بإجراء العملية ٣ ص٢ + ص٣

$$= \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$ **= ١ x٢ x٢ = ٤**

---

١) بدون فك المحدد وضح أن كلا من المحددات الآتية يساوي المحدد $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}$

مع ذكر الخاصية التي استخدمت في كل حالة

و) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 5 & -6 & 5 \end{vmatrix}$

الحل

بإجراء العملية (ع١) + ع٢

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (ع٢) + ع٣

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

= ١ x١ x ٤ =٤

قيمة المحدد المعطي

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

أ) $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

الحل

بأخذ -٢ عامل مشترك من العمود الثاني

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

= ٢ $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ = ٠ خاصية ٤

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

ب) $\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$

الحل

المحدد = ٠ لان الصف الثاني اصفار خاصية٦

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

ج) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$

الحل

بأخذ ٢ عامل مشترك من العمود الأول (خاصية ٥)

= ٢ $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$ = ٠ خاصية ٤

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

د) $\begin{vmatrix} -5 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

الحل

نفرض أن اسم المحدد المعطي م

بضرب ع١ x -١ ، وضرب ع٢ x -١ وضرب ع٣ x -١

والضرب خارج المحدد في (-١)٣

م= (-١)^{٣} $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \end{vmatrix}$

م = - $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \end{vmatrix}$

أ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

م = -م

وذلك لأن المحدد الناتج ما هو الا مدور المحدد الأصلي م (خاصية ١)

ومن خواص المحددات نجد أن المحدد يمكن فكه عن طريق أحد أعمدته أو أحد صفوفه .

٢م = ٠

م=٠ وهو المطلوب

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

هـ) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

الحل

بإجراء العملية (- ص٢) + ص٣

$= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

الصف الأول = الصف الثالث

قيمة المحدد = صفر (خاصية ٤)

---

٢) بدون فك المحدد اثبت أن كل من المحددات الآتية يساوي صفر مع ذكر الخاصية

و) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & -4 & 2 \end{vmatrix}$

الحل

أ محمود عسكر

بأخذ -٢ عامل مشترك من العمود الثاني (خاصية ٥)

$$= -٢ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} = ٠$$ **خاصية ٤**

لأن عناصر العمود الثاني والثالث متساوية

---

٣) باستخدام خواص المحددات اوجد قيم المحددات الآتية

أ) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & س \\ 1 & س & 1 \\ س & 1 & 1 \end{vmatrix}$

الحل

بإجراء العملية (ع$_٣$ +ع$_٢$)+ ع$_١$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & س+2 \\ 1 & س & س+2 \\ س & 1 & س+2 \end{vmatrix}$$

بأخذ (س+٢) عامل مشترك من ع$_١$

$$= (س+٢) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & س & 1 \\ س & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

بإجراء العمليات (-ص$_١$) +ص$_٣$ ، (-ص$_١$) +ص$_٢$

$$= (س+٢) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & س-1 & 0 \\ س-1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

=(س+٢) X ١ X (س-١)(س-١) =(س+٢)(س-١)^{٢}

= (س+٢)(س^{٢}-٢س +١)=س^{٣}-٢س^{٢}+س +٢س^{٢}-٤س+٢ = س^{٣} +٥س +٢

---

٣) باستخدام خواص المحددات اوجد قيم المحددات الآتية

ب) $\begin{vmatrix} ص + ع & س & س \\ ص & س + ع & ص \\ ع & ع & س + ص \end{vmatrix}$

الحل

بإجراء العمليات (ص٢ - ص٣) +ص١

$= \begin{vmatrix} 2ص & 2س & 0 \\ ص & س + ع & ص \\ ع & ع & س + ص \end{vmatrix}$ **بأخذ ٢ عامل مشترك من ص١**

$=٢ \begin{vmatrix} ص & س & 0 \\ ص & س + ع & ص \\ ع & ع & س + ص \end{vmatrix}$

بإجراء العمليات (-ص١) + ص٢

$=٢ \begin{vmatrix} ص & س & 0 \\ 0 & ع & ص \\ ع & ع & س + ص \end{vmatrix}$

بإجراء العمليات (-ص٢)+ ص٣

$=٢ \begin{vmatrix} ص & س & 0 \\ 0 & ع & ص \\ ع & 0 & س \end{vmatrix}$ **بضرب ع١ x س ، ع٢ x ص**

، ع٣ x ع والقسمة خارج المحدد علي س ص ع

أ/ محمود عسكر

$$= \frac{2}{\text{س ص ع}} \begin{vmatrix} \text{س ص} & \text{ص س} & 0 \\ 0 & \text{ع ص} & \text{ص ع} \\ \text{ع س} & 0 & \text{س ع} \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (-ع٣+ع٢) + ع١

$$= \frac{2}{\text{س ص ع}} \begin{vmatrix} \text{2ص س} & \text{ص س} & 0 \\ 0 & \text{ع ص} & \text{ص ع} \\ 0 & 0 & \text{س ع} \end{vmatrix}$$

$= \frac{2}{\text{س ص ع}}$ x (٢ س ص x ص ع x س ع)

$== \frac{2}{\text{س ص ع}}$ x (٢ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢}) = ٤س ص ع

---

٣) باستخدام خواص المحددات اوجد قيم المحددات الآتية

ج) $\begin{vmatrix} 0 & -5 & 6 \\ 5 & 0 & -2 \\ -6 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

الحل

نفرض أن اسم المحدد المعطي م

بضرب ع١ x -١ ، وضرب ع٢ x -١ وضرب ع٣ x -١

والضرب خارج المحدد في (-١)^{٣}

$$\text{م} = (-1)^3 \begin{vmatrix} 0 & 5 & -6 \\ -5 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{م} = - \begin{vmatrix} 0 & 5 & -6 \\ -5 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

∴ م = -م

وذلك لأن المحدد الناتج ما هو الا مدور المحدد الأصلي م

ومن خواص المحددات نجد أن المحدد يمكن فكه عن طريق أحد أعمدته أو أحد صفوفه .

∴ م +م = ٠

∴ ٢م = ٠

∴ م= ٠

قيمة المحدد = صفر

٤- اثبت أن

أ) $\begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{أ}^3 \\ 1 & \text{ب} & \text{ب}^3 \\ 1 & \text{جـ} & \text{جـ}^3 \end{vmatrix} = (\text{أ}-\text{ب})(\text{ب}-\text{جـ})(\text{جـ}-\text{أ})(\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ})$

الحل

بإجراء العملية (-ص٢ + ص١) ، (-ص٣ + ص٢)

$$\begin{vmatrix} 0 & \text{أ}-\text{ب} & \text{أ}^3-\text{ب}^3 \\ 0 & \text{ب}-\text{جـ} & \text{ب}^3-\text{جـ}^3 \\ 1 & \text{جـ} & \text{جـ}^3 \end{vmatrix}$$

بأخذ (أ – ب) عامل مشترك من ص١

لا حظ ان $\text{أ}^3 - \text{ب}^3 = (\text{أ}-\text{ب})(\text{أ}^2+\text{أب}+\text{ب}^2)$

وبأخذ (ب – جـ) عامل مشترك من ص٢

لاحظ أن $\text{ب}^3-\text{جـ}^3 = (\text{ب}-\text{جـ})(\text{ب}^2+\text{ب جـ}+\text{جـ}^2)$

$$= (\text{أ}-\text{ب})(\text{ب}-\text{جـ})\begin{vmatrix} 0 & 1 & \text{أ}^2+\text{أب}+\text{ب}^2 \\ 0 & 1 & \text{ب}^2+\text{ب جـ}+\text{جـ}^2 \\ 1 & \text{جـ} & \text{جـ}^3 \end{vmatrix}$$

محمود عسكر

بإجراء العملية (-ص٢) +(ص١)

$$=(\text{أ- ب})\ (\text{ب}-\text{جـ})\begin{vmatrix} \text{أ}^2+\text{أب}-\text{جـب}-\text{جـ}^2 & 0 & 0 \\ \text{ب}^2+\text{ب جـ}+\text{جـ}^2 & 1 & 0 \\ \text{جـ}^3 & \text{جـ} & 1 \end{vmatrix}$$

لا حظ أن

أ² + أب − جـب − جـ² = أ٢ − جـ٢ +أب − ب جـ

=(أ+جـ)(أ-جـ)+ب(أ-جـ) =(أ-جـ)(أ+ب +جـ)

$$=(\text{أ- ب})\ (\text{ب}-\text{جـ})\begin{vmatrix} (\text{أ}-\text{جـ})(\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}) & 0 & 0 \\ \text{ب}^2+\text{ب جـ}+\text{جـ}^2 & 1 & 0 \\ \text{جـ}^3 & \text{جـ} & 1 \end{vmatrix}$$

بأخذ (أ- جـ) عامل مشترك من ص١

$$=(\text{أ- ب})(\text{أ-جـ})\ (\text{ب}-\text{جـ})\begin{vmatrix} (\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}) & 0 & 0 \\ \text{ب}^2+\text{ب جـ}+\text{جـ}^2 & 1 & 0 \\ \text{جـ}^3 & \text{جـ} & 1 \end{vmatrix}$$

بفك المحدد عن طريق القطر الثانوي مع ملاحظة ضرب الناتج في -١

= - (أ-ب)(أ-جـ)(ب −جـ)(أ+ب+جـ)

=(أ-ب)(جـ -أ)(ب −جـ)(أ+ب+جـ) وهو المطلوب

٤- اثبت أن

ب) $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{أ} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{س} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{أ} & \text{س} \end{vmatrix}$ **= (س + ٢أ)(س-أ)٢**

الحل

بإجراء العملية (ع٣+ ع٢)+ ع١

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

$$= \begin{vmatrix} س+2أ & أ & أ \\ س+2أ & س & أ \\ س+2أ & أ & س \end{vmatrix}$$

بأخذ (س+٢أ) عامل مشترك من ع١

$$= (س + ٢أ) \begin{vmatrix} 1 & أ & أ \\ 1 & س & أ \\ 1 & أ & س \end{vmatrix}$$

بإجراء العمليات (-ع١)+ع٢ ، (-ع١) + (ع٣)

$$= (س + ٢أ) \begin{vmatrix} 1 & أ & أ \\ 0 & س-أ & 0 \\ 0 & 0 & س-أ \end{vmatrix}$$

بفك المحدد عن طريق القطر الرئيسي

$=(س + ٢أ)\ (س - أ)^{٢}$

٤- اثبت أن

ج) $\begin{vmatrix} 1+س^2 & س & 0 \\ س & 1+س^2 & س \\ 0 & س & 1+س^2 \end{vmatrix} = ١ + س^{٢} + س^{٤} + س^{٦}$

الحل

بإجراء العملية (-س x ص٢) + ص١

$$= \begin{vmatrix} 1 & -س^3 & -س^2 \\ س & 1+س^2 & س \\ 0 & س & 1+س^2 \end{vmatrix}$$

محمود عسكر

بإجراء العمليات (س^{٣} ع$_{١}$)+ع$_{٢}$ ، (س^{٢}ع$_{١}$) + ع$_{٣}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \text{س} & 1+\text{س}^2+\text{س}^4 & \text{س}^3+\text{س} \\ 0 & \text{س} & 1+\text{س}^2 \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (-س x ص$_{٣}$) + ص$_{٢}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \text{س} & 1+\text{س}^4 & 0 \\ 0 & \text{س} & 1+\text{س}^2 \end{vmatrix}$$

= ١ (١+ س^{٤}) (١+س^{٢})

= ١+ س^{٢}+ س^{٤} +س^{٦}

وهو المطلوب

٥- اثبت أن

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ل} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أس} + \text{ع ب} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{س جـ} + \text{ع د} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix}$$

ثم عمم هذه القاعدة بالنسبة للمحددات من الدرجة ٣

الحل

الطرف الأيسر

نقسم المحدد الي مجموع محددين باستخدام عناصر العمود الأول

$$\begin{vmatrix} \text{أس} + \text{ع ب} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{س جـ} + \text{ع د} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أس} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{س جـ} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{ع ب} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{ع د} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix}$$

بأخذ س عامل مشترك من المحدد الأول في الطرف الأيسر

ونأخذ ع عامل مشترك من المحدد الثاني من الطرف الأيسر

$$= \text{س} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{جـ} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix} + \text{ع} \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{د} & \text{ص جـ} + \text{ك د} \end{vmatrix}$$

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

بضرب ع$_1$ في المحدد الأول في (-ص) وإضافته الي ع$_2$

بضرب ع$_1$ في المحدد الثاني في (-ك) وإضافته الي ع$_2$

$$= \text{س} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{كب} \\ \text{جـ} & \text{دك} \end{vmatrix} + \text{ع} \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أص} \\ \text{د} & \text{صجـ} \end{vmatrix}$$

بأخذ ك عامل مشترك من العمود الثاني في المحدد الأول

واخذ ص عامل مشترك من العمود الثاني في المحدد الثاني

$$= \text{س ك} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix} + \text{ص ع} \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{جـ} \end{vmatrix}$$

بتبديل العمودين في المحدد الثاني وتغيير الإشارة

$$= \text{س ك} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix} - \text{ص ع} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix}$$

بأخذ المحدد كعامل مشترك

$$= \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix} (\text{س ك} - \text{ص ع})$$

نلاحظ أن المقدار (س ك – ص ع) = $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ك} \end{vmatrix}$

$$\therefore \begin{vmatrix} \text{أس} + \text{ع ب} & \text{أص} + \text{ك ب} \\ \text{س جـ} + \text{دع} & \text{ص جـ} + \text{دك} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ل} \end{vmatrix}$$

وهو المطلوب وهذه هي نفسها قاعدة ضرب المصفوفات لذى يمكن تعميم هذه العملية علي محددات الدرجة الثالثة

٦- اوجد قيمة ك التي تجعل س أحد عوامل المحددات الآتية

أ) $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ك} \\ \text{س ك} & 1 \end{vmatrix}$ ب) $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ك} \\ \text{ك} & 2 \end{vmatrix}$

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

ج) $\begin{vmatrix} \text{س} & ١ & ٠ \\ -٣ & ٢ & ٣ \\ \text{ك} - \text{س} & ٥ & \text{س} - \text{ك} \end{vmatrix}$

د) $\begin{vmatrix} \text{س} - 1 & 3 & \text{س} + 4 \\ 1 & 1 & \text{س} + 2 \\ -1 & 5 & \text{س} + \text{ك} \end{vmatrix}$

هـ) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & \text{س} & \text{ك} \\ 0 & \text{ك} & \text{س} \end{vmatrix}$

و) $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ك} & 3 \\ 2 & 1 & \text{ك} \\ 1 & \text{س} & 1 \end{vmatrix}$

الحل

معني ان تكون س احد عوامل المحدد أي أن قيمة المحدد = صفر

عندما س =صفر

ا) بوضع س=٠ وحل المعادلة $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ك} \\ \text{س ك} & 1 \end{vmatrix} = ٠$

نجد أن المعادلة $\begin{vmatrix} 0 & \text{ك} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = ٠$

دائماً تساوي صفر مهما تغيرت قيمة ك

لأن العمود الأول اصفار

∴ ك لها عدد لا نهائي من القيم التي تجعل المحدد يساوي صفر

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

ب) $\begin{vmatrix} \text{ك} & \text{س} \\ 2 & \text{ك} \end{vmatrix}$

بوضع س = ٠ وحل المعادلة

$\begin{vmatrix} \text{ك} & 0 \\ 2 & \text{ك} \end{vmatrix} = ٠$

٠-ك^{٢} = ٠

ك^{٢} = ٠　　　　ك=٠

ج) $\begin{vmatrix} ٠ & ١ & \text{س} \\ ٣ & ٢ & -٣ \\ \text{س} - \text{ك} & ٥ & \text{ك} - \text{س} \end{vmatrix}$

بوضع س=٠ وحل المعادلة

$\begin{vmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ & -٣ \\ ٠ - \text{ك} & ٥ & \text{ك} - ٠ \end{vmatrix} =٠$

بإجراء العملية ع$_{٣}$ + ع$_{١}$

$\begin{vmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ & ٠ \\ ٠ - \text{ك} & ٥ & ٠ \end{vmatrix} =٠$

قيمة المحدد = ٠

لأي قيمة من قيم ك الحقيقية

أ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

د) $\begin{vmatrix} \text{س}-1 & 3 & \text{س}+4 \\ 1 & 1 & \text{س}+2 \\ -1 & 5 & \text{س}+\text{ك} \end{vmatrix}$

بوضع س = ٠ وحل المعادلة

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & \text{ك} \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (ص١) + ص٢

$$= \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 6 \\ -1 & 5 & \text{ك} \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (- ص١) + ص٣

$$= \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & \text{ك}-4 \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ عامل مشترك من ص٢

$$= ٢ \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & \text{ك}-4 \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (-ص٢) + ص٣

$$= ٢ \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & \text{ك}-7 \end{vmatrix}$$

أ/ محمود عسكر

∴ ٢ (-١ X ٢) (ك - ٧) = ٠

-٤(ك-٧)=٠

ك-٧ = ٠　　　ك =٧

هـ) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \text{ك} & \text{س} & 1 \\ \text{س} & \text{ك} & 0 \end{vmatrix}$

بوضع س=٠ وحل المعادلة

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \text{ك} & 0 & 1 \\ 0 & \text{ك} & 0 \end{vmatrix}$$

بإجراء العملية (-ص٢) + ص١

$$\begin{vmatrix} \text{ك} - 1 & 0 & 0 \\ \text{ك} & 0 & 1 \\ 0 & \text{ك} & 0 \end{vmatrix}$$

بتبديل العمودين الأول والثاني

$$\cdot = \begin{vmatrix} \text{ك} - 1 & 0 & 0 \\ \text{ك} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \text{ك} \end{vmatrix} - =$$

-١X١- (ك)(١-ك)=٠

ك (١-ك)=٠

محمود عسكر

ك=٠   ك=١

و) $\begin{vmatrix} 3 & ك & س \\ ك & 1 & 2 \\ 1 & س & 1 \end{vmatrix}$

بوضع س=٠ وحل المعادلة

$\begin{vmatrix} 3 & ك & 0 \\ ك & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = ٠$

بإجراء العملية (- ٢ص٣) + ص٢

$\begin{vmatrix} 3 & ك & 0 \\ 2 - ك & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = ٠$

بفك المحدد باستخدام العمود الأول

ك(ك-٢) -٣ = ٠

ك^{٢} -٢ك -٣=٠

(ك -٣) (ك+١) = ٠

ك-٣= ٠   ك= ٣

ك+١=٠   ك= -١

أ/ محمود عسكر

اعداد/ أ: محمود عسكر مدرس الرياضيات بمعهد الغنايم الاعدادي الثانوي

أ/ محمود عسكر